

# Politica Economica (Clemif)

## Esercitazione 3

TA: Francesca Diluiso

19/03/2015

## Parte 1: Indici di povertà

### Richiami teorici:

Che cos'è la povertà? In termini generali potremmo dire che è il possesso di risorse minori di quelle necessarie a raggiungere uno standard di vita accettabile. Il concetto di povertà assoluta assume che ci sia qualche livello fisso minimo di consumo (e quindi di reddito) che definisca la povertà e sia indipendente da tempo e luogo. La povertà assoluta viene definita in base a un paniere di consumo minimo, al di sotto del quale la persona vive in stato di grave privazione.

Il concetto di povertà relativa fa invece riferimento agli standard di vita di una data società in un dato momento e di conseguenza la soglia che definisce la povertà cresce al crescere del reddito di quella data società. Già nel 1776 Adam Smith definiva la povertà come la mancanza di beni essenziali definendo i beni essenziali come “what ever the custom *of the country* renders it indecent for creditable people, even of the lowest order, to be without”. La povertà relativa è stata definita da alcuni anche come l'impossibilità a partecipare alla vita della società, anche se il reddito consente di appagare i bisogni primari, perché la percezione del benessere è rapportata ai consumi che le relazioni sociali indicano adatti a una vita dignitosa e soddisfacente.

Oltre ad essere difficile da definire, la povertà è anche difficile da quantificare.

L'approccio alla povertà si articola in diverse fasi:

- 1) Individuazione di una misura/indicatore di benessere economico (monetario o non monetario, familiare o individuale)
- 2) Individuazione di una linea di povertà, strutturata in termini di quell'indicatore, al di sotto della quale si identificano gli individui come poveri (la popolazione viene suddivisa quindi tra poveri e non-poveri)
- 3) Costruzione di indici in grado di *misurare* il fenomeno della povertà (indici che mettano in relazione l'indicatore di benessere e la soglia di povertà)

## INDICATORI DI BENESSERE (esempi)

Reddito  
Consumo  
Grado di Istruzione  
Salute  
.....

## SOGLIE DI POVERTA'

Si dividono generalmente in linee di povertà relativa e linee di povertà assoluta. Alcune linee di povertà vengono stabilite secondo un approccio basic needs, altre secondo un approccio relativo.

In Italia la stima della povertà relativa diffusa dall'Istat si basa sull'uso di una linea di povertà nota come International Standard of Poverty Line (Ispl) che definisce povera una famiglia di due componenti con una spesa per consumi inferiore o pari alla spesa media per consumi pro-capite (per famiglie di diversa ampiezza viene invece utilizzata una scala di equivalenza che tiene conto dei differenti bisogni e delle economie/diseconomie di scala che è possibile realizzare in famiglie di maggiore o minore ampiezza). La linea di povertà individuale, pertanto, il livello di spesa per consumi che rappresenta il limite di demarcazione tra famiglie povere e non povere. L'Eurostat utilizza invece una definizione basata sulla mediana: sono considerati poveri gli individui con un reddito equivalente inferiore al 60% del reddito mediano nazionale. Per tenere conto del diverso numero di membri e della composizione dei nuclei familiari, si fa ricorso all'introduzione di una scala di equivalenza.

## INDICI

- **Head count ratio:**  $H = \frac{q}{N}$

E' il rapporto tra il numero di individui il cui reddito è al di sotto della linea di povertà ( $q$ ) ed il numero totale di individui della popolazione ( $N$ ). Si tratta della percentuale di popolazione sotto la soglia di povertà, e può essere indicato anche come poverty rate. Misura l'*incidenza* della povertà. Non è adatto a valutare gli effetti di eventuali politiche redistributive.

L'indice  $H$  è compreso tra 0 e 1: 0 = non ci sono poveri; 1 = sono tutti poveri.

- **Income Gap Ratio (Indice di Intensità):**  $I = \frac{1}{q} * \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right)$ ;  $y_i$  = reddito dell' $i$ -esimo individuo o famiglia;  $z$  = soglia di povertà

L'indice  $I$  indica di quanto in percentuale il reddito dei poveri è inferiore alla linea di povertà (dà conto dell'*intensità* di povertà). L'intensità o profondità della povertà misura la distanza dei consumi quotidiani dalla soglia stessa della povertà estrema. In altri termini descrive la distanza media del reddito dei poveri dalla linea di povertà e rappresenta l'incremento di reddito di cui i poveri avrebbero bisogno in media per uscire dallo stato di povertà. L'indice ci dice

quanto è grave la povertà per ogni povero, ma non quanto lo è per la collettività, perchè non tiene conto del numero di poveri.

0 = se nessuno è sotto la linea di povertà; 1 = se tutti i redditi dei poveri sono uguali a zero.

- **Poverty Gap:**  $PG = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right)$

Esprime la distanza media di tutti gli individui presenti nella popolazione dalla soglia di povertà (ipotizzando che la distanza individuale sia nulla per tutti i “non poveri”). È dato dal prodotto tra I e H, tiene conto sia del numero di poveri, sia dell’intensità di povertà.

Head Count Ratio, Income Gap Ratio e Poverty Gap esaminano aspetti complementari della povertà, ma non tengono conto della *disuguaglianza* presente all’interno della fascia povera. Tale fenomeno è invece catturato dall’indice di Sen:

- **Indice di Sen**<sup>1</sup>:  $S = H * [I + (1 - I)G_q]$ ;

$G_q$  = indice di Gini calcolato sui redditi inferiori alla linea di povertà

Gli indici che compongono S variano tra 0 e 1. S è uguale a 0 se tutti i nuclei familiari o gli individui hanno un reddito superiore alla soglia di povertà. S è uguale a 1 se tutti hanno un reddito nullo.

L’indice di Sen può essere facilmente riscritto come  $S = H \cdot G_q + PG(1 - G_q)$ , ossia come una media aritmetica ponderata di H e PG. Se tutti i poveri hanno lo stesso reddito e  $G_q = 0$ , allora  $S = PG$ , che rappresenta il valore minimo dell’indice di Sen. L’indice S diminuisce sempre allorchè si verifica un trasferimento progressivo tra poveri per cui la disuguaglianza tra questi diminuisce.

Considerazioni: le misure di profondità sono importanti complementi al calcolo dell’incidenza (spesso si considera solo quella). Si può infatti dare il caso di gruppi che hanno alta incidenza ma bassa profondità (allorchè numerosi membri del gruppo sono appena sotto la linea della povertà), e gruppi che hanno bassa incidenza ma alta profondità (allorchè pochi membri sono sotto la soglia, ma sono davvero molto poveri). Profondità e incidenza della povertà sono particolarmente importanti per la valutazione di programmi e politiche di intervento. Un programma potrebbe essere molto efficace nel ridurre il numero di poveri (incidenza), ma potrebbe ottenere questo obiettivo semplicemente alzando il livello dei consumi di quelli che sono vicini alla soglia (con un basso impatto sulla profondità). Un programma potrebbe invece avere come obiettivo quelli molto poveri, ma ridurre di poco l’incidenza, avvicinando i molto poveri alla soglia senza modificare il numero totale di poveri.

---

<sup>1</sup>Sen A.(1976), “Poverty: an Ordinal Approach to Measurement”, *Econometrica*, vol.44, issue 2, pp 219-31

## Esercizio 1

Supponiamo che un Paese abbia la seguente distribuzione del reddito:

Family Size	Number of families	Income Level
2	2000	8000
2	4000	20.000
4	2000	10.000
4	7500	40.000

Supponiamo inoltre che le linee di povertà siano le seguenti:

Family Size	Poverty Lines
2	10.000
4	15.000

### punto a) Calcola l'Head Count poverty rate

Popolazione totale =  $(2000 * 2) + (4000 * 2) + (2000 * 4) + (7500 * 4) = 50000$

Totale individui poveri =  $(2000 * 2) + (2000 * 4) = 12000$

Head Count poverty rate =  $\frac{12000}{50000} = 0.24 = 24\%$

### punto b) Calcola il Poverty Gap ratio

$$PG = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right)$$

$$\frac{1}{50000} * \left[ 4000 * \left( \frac{10000 - 8000}{10000} \right) + 8000 * \left( \frac{15000 - 10000}{15000} \right) \right] = \frac{1}{50000} * [4000 * 0.2 + 8000 * 0.33] =$$

$$\frac{1}{50000} * (800 + 2640) = \frac{1}{50000} * 3440 = 0.069$$

## Esercizio 2

Dimostrare che l'Head Count Ratio non rispetta l'assioma della monotonicità, né il principio del trasferimento.

*assioma di monotonicità:* una riduzione del reddito di un individuo che si trova al di sotto della linea di povertà, ceteris paribus, deve far aumentare la misura di povertà.

Fissiamo la soglia di povertà a un valore arbitrario  $z = 4$ .

Costruiamo tre differenti distribuzioni arbitrarie del reddito tra  $n = 6$  individui.

$\{0, 0, 3, 7, 9, 10\}$ ,  $\{1, 3, 3, 6, 9, 9\}$ ,  $\{1, 1, 2, 6, 7, 9\}$

$$H_1 = H_2 = H_3 = \frac{3}{6} = 0.5$$

*Principio del trasferimento:* la povertà aumenta a seguito di un trasferimento di reddito da un soggetto povero ad un qualsiasi altro individuo con reddito superiore. Al contempo la povertà diminuisce per un trasferimento progressivo a favore di un povero.

Sia  $z = 4$ ,

Ipotizziamo di avere una distribuzione del reddito pari a:  $\{3, 3, 7, 9\}$

In questo caso l'head count ratio è pari a  $H = 0.5$

Se opero un trasferimento di reddito pari a 2 unità dall'individuo 1 all'individuo 2 si otterrà una distribuzione pari a  $\{1, 5, 7, 9\}$ .

L'head count ratio in questo caso sarà pari a  $H = 0.25$

In presenza di un trasferimento regressivo a favore di un soggetto che a seguito del trasferimento oltrepassa la soglia di povertà l'H diminuisce (ma l'intensità di povertà è aumentata!).

Considerazioni: l'H ha il difetto di essere insensibile alla distribuzione dei redditi tra poveri.

### Esercizio 3

**punto a) Date due diverse distribuzioni del reddito:  $\{1, 9, 20, 40, 50\}$  e  $\{1, 10, 20, 40, 50\}$  e una soglia di povertà pari a 10 dimostrare che l'Income Gap Ratio non rispetta appieno l'assioma di monotonicità**

Per la distribuzione  $\{1, 9, 20, 40, 50\}$  l' income gap ratio è pari a:

$$I = \frac{1}{q} * \sum_{i=1}^q \left( \frac{z-y_i}{z} \right) \Rightarrow \frac{1}{2} * \left[ \frac{10-1}{10} + \frac{10-9}{10} \right] = \frac{1}{2} * \left( \frac{9+1}{10} \right) = 0.5$$

Per la distribuzione  $\{1, 10, 20, 40, 50\}$  abbiamo invece:

$$1 * \left[ \frac{10-1}{10} \right] = 1 * \left( \frac{9}{10} \right) = 0.9 \text{ (n.b. l'aumento di reddito del povero in base all'assioma di monotonicità dovrebbe far diminuire l'indice)}$$

Quando la distribuzione del reddito varia e si ha una riduzione del numero di poveri, l'indice cresce. Questo rivela che l'income gap ratio ha la "sfortunata" proprietà di aumentare (= maggior grado di povertà) quando qualcuno, che prima era annoverato tra i poveri oltrepassa la soglia. L'indice I rispetta la monotonicità se il povero subisce una riduzione di reddito, ma non è vero in caso di aumento del reddito di un soggetto povero che oltrepassa la soglia di povertà.

**punto b) Data la seguente distribuzione del reddito  $\{1, 9, 20, 40, 50\}$  e una linea di povertà pari a 10, calcolare l'indice di Sen.**

$$S = H \cdot G_q + PG(1 - G_q)$$

$$S = H * [I + (1 - I)G_q]$$

Per calcolare l'indice di Sen abbiamo bisogno di conoscere l'indice di Gini:

l'indice di Gini è calcolato sulla distribuzione dei redditi dei poveri:  $\{1, 9\}$

$$G_q = 1 - \frac{1}{2^2 * 5} [3 * 1 + 9] = 1 - \frac{1}{20} * 12 = \frac{20-12}{20} = \frac{4}{10}$$

$$S = \frac{2}{5} * \left[ 0.5 + (0.5) * \frac{4}{10} \right] = \frac{2}{5} * \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right] = \frac{2}{5} * \frac{7}{10} = \frac{14}{50} = 0.28$$

**punto c) Se la distribuzione fosse:  $\{1, 10, 20, 40, 50\}$  come varerebbe l'indice di Sen?**

In questo caso l'indice di Gini è pari a zero (verificatelo!)

$$G_q = 0 \Rightarrow S = \frac{1}{5} * 0.9 = 0.18$$

L'indice di Sen diminuisce al diminuire del numero di poveri.

## Parte 2: Costruzione indici di disuguaglianza

Il reddito è un indicatore fondamentale del grado di sviluppo di un Paese. Per valutare il benessere complessivo occorre tuttavia conoscerne non solo il livello medio pro capite, ma anche la ripartizione nella popolazione. Si ha concentrazione dei redditi quando una percentuale elevata del PIL è detenuta da una percentuale molto piccola della popolazione. Organismi internazionali, quali la Banca Mondiale, hanno tra i loro obiettivi anche quello di ridurre le disuguaglianze di reddito all'interno di una nazione. Per misurare la concentrazione dei redditi si utilizzano principalmente due parametri: l'indice di Gini e la curva di Lorenz.

### Indice di Gini

L'indice di Gini è un numero compreso tra 0 (= perfetta eguaglianza nella distribuzione del reddito) e 1 (= perfetta disuguaglianza).

Come si costruisce l'indice di Gini?

1. considero tutte le possibili coppie di reddito (n.b. ogni livello è comparato anche con sè stesso)
2. per ogni coppia seleziono il livello minimo di reddito
3. sommo i livelli minimi di reddito
4. divido la somma ottenuta per un fattore di normalizzazione (per assicurare un valore compreso tra 0 e 1)
5. sottraggo a 1 il valore ottenuto e ricavo l'indice

$$\text{Formula: } G = 1 - \frac{1}{Z^2 \mu} \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Z \min \{M^i, M^j\}$$

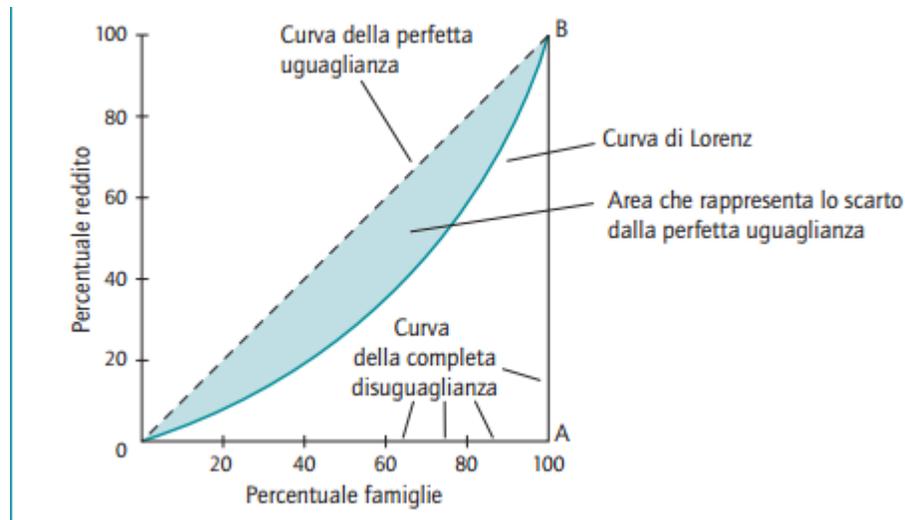
$Z$  = numero di osservazioni;  $\mu$  = reddito medio tra i redditi osservati

Esempio:

$$\begin{aligned} &\text{per la seguente distribuzione del reddito } \{3, 5, 10\} \text{ il valore dell'indice di Gini è:} \\ G &= 1 - \frac{1}{3^2 * 6} * [\min \{3, 3\} + \min \{3, 5\} + \min \{3, 10\} + \min \{5, 3\} + \min \{5, 5\} + \\ &\quad + \min \{5, 10\} + \min \{10, 3\} + \min \{10, 5\} + \min \{10, 10\}] = \\ &= 1 - \frac{1}{54} [3 + 3 + 3 + 3 + 5 + 5 + 3 + 5 + 10] = 1 - \frac{1}{54} (40) = \frac{14}{54} = 0.259 \end{aligned}$$

## Curva di Lorenz

La curva di Lorenz è una misura relativa della disuguaglianza che consente di rappresentare graficamente la quota di reddito totale percepita da una porzione (frazione cumulata) di popolazione ordinata per livelli non decrescenti di reddito. L'asse verticale indica le percentuali del reddito delle famiglie; l'asse orizzontale indica le percentuali di famiglie. Una distribuzione perfettamente uniforme del reddito si avrebbe qualora il 20% delle famiglie ottenesse il 20% del reddito totale (e anche all'interno di questa fascia la distribuzione risultasse uniforme), il 40% delle famiglie percepisce il 40% del reddito, e così via. La curva tratteggiata della figura (retta a 45°) rappresenta questo caso di distribuzione perfettamente eguale. La curva di Lorenz descrive, invece, la distribuzione effettiva del reddito: ogni punto della curva indica la percentuale di reddito ricevuto nella realtà da una percentuale di famiglie. Lo scarto della curva di Lorenz dalla curva della perfetta uguaglianza è indicato dall'area ombreggiata, che costituisce una misura del grado di disuguaglianza nella distribuzione del reddito. Quanto più è ampia quest'area, tanto maggiore è la distanza della distribuzione effettiva dalla perfetta uniformità. Nel caso di completa disuguaglianza, l'area coinciderebbe con il triangolo OAB. E' possibile fornire un indice specifico della disuguaglianza, che è dato dal rapporto tra l'area compresa tra la curva di eguaglianza perfetta e la curva di Lorenz e l'area del triangolo OAB. Tale indice, non è altro che il coefficiente di Gini.



Per vedere come viene ricavata la curva di Lorenz consideriamo una popolazione di 10 famiglie con la seguente distribuzione del reddito: {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10}. Il reddito totale è 55. La prima famiglia (che rappresenta il 10% della popolazione) riceve  $\frac{1}{55}$  del reddito totale (= 0.018). Questo corrisponde al primo punto tracciato nell'angolo in basso a sinistra della curva (FIGURA 1).

Considerando le due famiglie con il reddito minore (che rappresentano il 20% della popolazione) osserviamo che congiuntamente detengono  $\frac{3}{55}$  del reddito totale (= 0.054).

Aggiungendo la terza famiglia (30% della popolazione) il reddito congiunto è pari a  $\frac{6}{55}$  (= 0.110).

.....

FIGURA 1:

